

Lezione 9

Scelta intertemporale

Scelta intertemporale

- Di solito il reddito arriva ad intervalli, per esempio lo stipendio mensile.
- Quindi si pone il problema di decidere se (e quanto) risparmiare in un periodo per consumare più tardi.
- Oppure si può decidere di prendere a prestito risorse da periodi futuri per finanziare il consumo attuale.

Valori presenti e futuri

- Iniziamo con un esempio semplice.
- Consideriamo due periodi: 1 e 2.
- Sia r il tasso di interesse relativo ad un periodo.

Valore futuro

- Per es., se $r = 0,1$, €100 risparmiate all'inizio del periodo 1 diventano €110 all'inizio del periodo 2.
- Il valore che il prossimo periodo avrà €1 risparmiato oggi è il valore futuro di quell'euro.

Valore futuro

- Dato il tasso di interesse r il valore futuro fra un periodo di €1 è

$$FV = 1 + r.$$

- Dato un tasso di interesse r il valore futuro fra un periodo di € m è

$$FV = m(1 + r).$$

Valore presente

- Supponiamo che si possa pagare oggi per ottenere €1 all'inizio del prossimo periodo.
- Quanto si dovrebbe pagare al max?
- €1?
- No. Se investissimo €1 oggi all'inizio del prossimo periodo avremmo € $(1+r) > €1$, quindi pagare €1 oggi per €1 il prossimo periodo non è un buon affare.

Valore presente

- D: Quanto si deve risparmiare oggi per avere €1 il prossimo periodo?
- R: €m risparmiati oggi diventano €m(1+r) all'inizio del prossimo periodo, quindi si vuole un m tale che
$$m(1+r) = 1$$
Quindi, $m = 1/(1+r)$, il valore attuale di €1 all'inizio del prossimo periodo.

Valore presente

- Quindi il valore attuale di €1 disponibile all'inizio del prossimo periodo è

$$PV = \frac{1}{1+r}$$

- E il valore attuale di €m disponibile all'inizio del prossimo periodo è

$$PV = \frac{m}{1+r}$$

Valore presente

- Per es. se $r = 0,1$ il massimo che si dovrebbe pagare oggi per avere €1 il prossimo periodo è

$$PV = \frac{1}{1+0,1} = €0,91$$

Il problema di scelta intertemporale

- Siano m_1 e m_2 i redditi ricevuti rispettivamente nel periodo 1 e 2.
- Siano c_1 e c_2 i consumi rispettivamente nel periodo 1 e 2.
- Siano p_1 e p_2 i prezzi del bene di consumo nel periodo 1 e 2.

Il problema di scelta intertemporale

- Il problema di scelta intertemporale: Dati i redditi m_1 e m_2 , e dati i prezzi dei beni di consumo p_1 e p_2 , quale è il miglior paniere di consumo intertemporale (c_1 , c_2)?
- Per rispondere dobbiamo conoscere:
 - il vincolo di bilancio intertemporale
 - le preferenze intertemporali di consumo

Vincolo di bilancio intertemporale

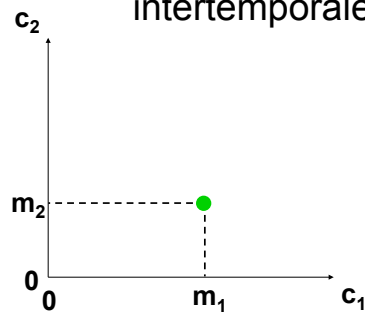
- Per cominciare ignoriamo gli effetti dei prezzi assumendo che:

$$p_1 = p_2 = €1.$$

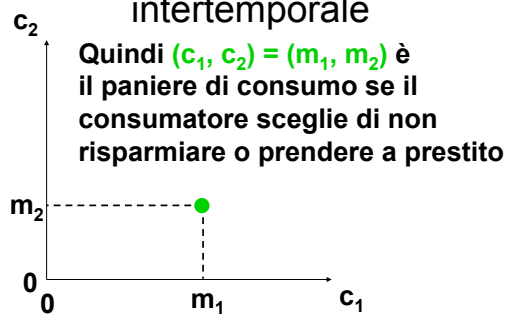
Vincolo di bilancio intertemporale

- Supponiamo che il consumatore scelga di non risparmiare, nè di prendere a prestito.
- D: Cosa sarà consumato nel periodo 1?
- R: $c_1 = m_1$.
- D: Cosa sarà consumato nel periodo 2?
- A: $c_2 = m_2$.

Vincolo di bilancio intertemporale



Vincolo di bilancio intertemporale



Vincolo di bilancio intertemporale

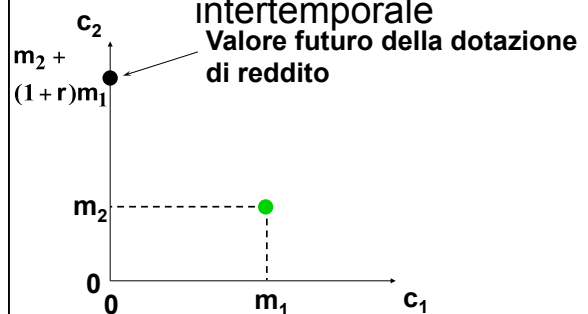
- Ora supponiamo che il consumatore non spenda nulla in consumo nel periodo 1; cioè che $c_1 = 0$ e che il consumatore risparmi
- $$s_1 = m_1.$$
- Il tasso di interesse è r .
 - Quanto consumerà nel periodo 2?

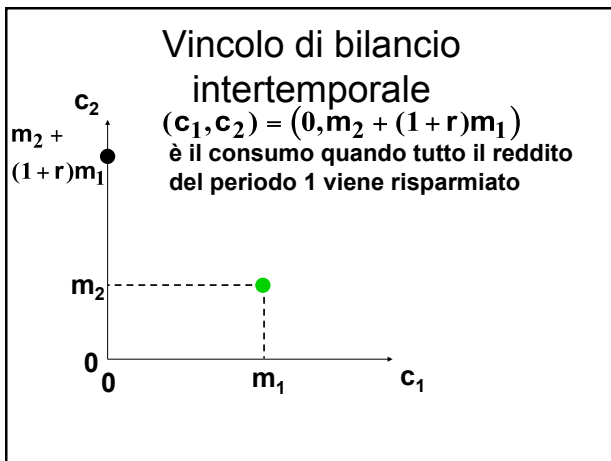
Vincolo di bilancio intertemporale

- Il reddito del periodo 2 è m_2 .
- Il risparmio più interessi del periodo 1 ammonta a $(1 + r)m_1$.
- Quindi il reddito totale disponibile nel period 2 è $m_2 + (1 + r)m_1$.
- Quindi il consumo nel periodo 2 è

$$c_2 = m_2 + (1 + r)m_1$$

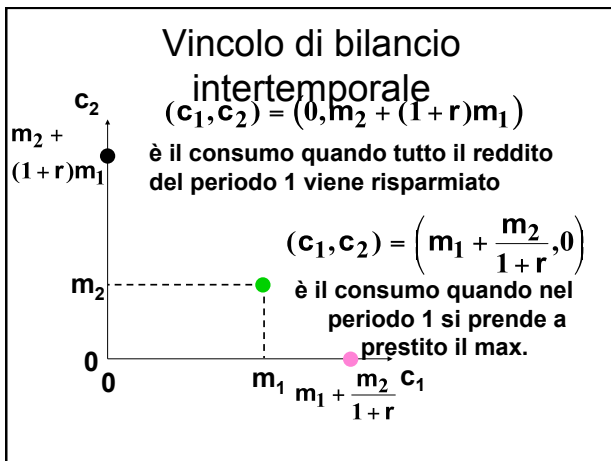
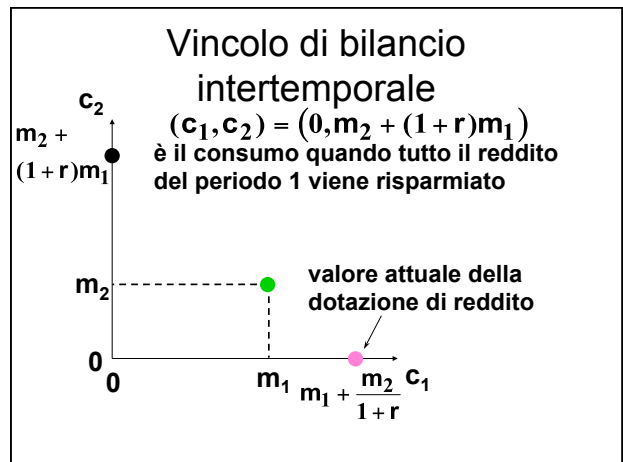
Vincolo di bilancio intertemporale





- ### Vincolo di bilancio intertemporale
- Supponiamo che il consumatore spenda tutto ciò che può per il consumo del periodo 1 ($c_2 = 0$).
 - Quant'è il max che può prendere a prestito nel periodo 1 dato il suo reddito nel periodo 2 di € m_2 ?
 - Sia b_1 l'ammontare preso a prestito nel periodo 1.

- ### Vincolo di bilancio intertemporale
- Solo € m_2 saranno disponibili nel periodo 2 per restituire € b_1 presi a prestito nel periodo 1.
 - Quindi $b_1(1+r) = m_2$.
 - Cioè $b_1 = m_2 / (1+r)$.
 - Quindi il max consumo possibile nel periodo 1 è
- $$c_1 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$



- ### Vincolo di bilancio intertemporale
- Supponiamo che c_1 unità siano consumate nel periodo 1. Questo costa € c_1 , e fa risparmiare $m_1 - c_1$. Il consumo nel periodo 2 sarà:
- $$c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - c_1)$$

Vincolo di bilancio intertemporale

- Supponiamo che c_1 unità siano consumate nel periodo 1. Questo costa ϵ_{c_1} e fa risparmiare $m_1 - c_1$. Il consumo nel periodo 2 sarà:

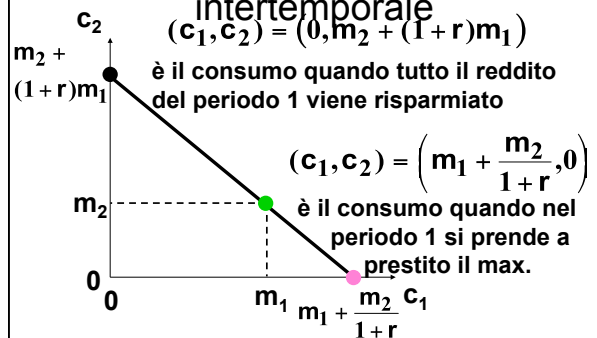
$$c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - c_1)$$

che è

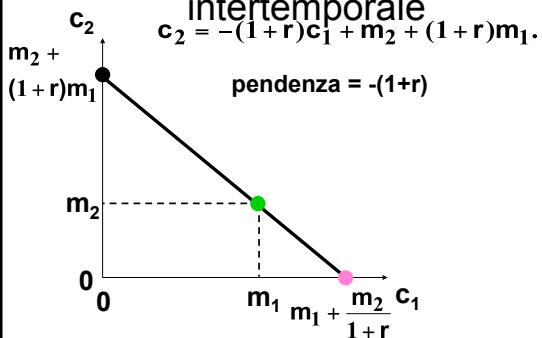
$$c_2 = \underbrace{-(1+r)c_1}_{\text{pendenza}} + \underbrace{m_2 + (1+r)m_1}_{\text{intercetta}}$$

pendenza intercetta

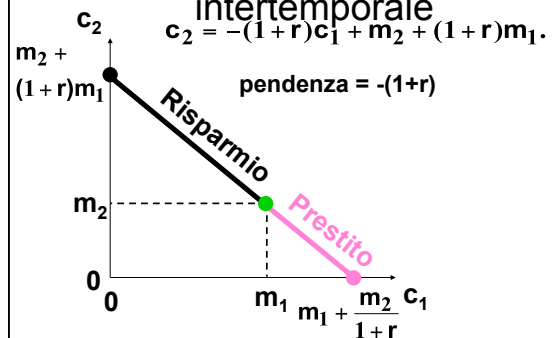
Vincolo di bilancio intertemporale



Vincolo di bilancio intertemporale



Vincolo di bilancio intertemporale



Vincolo di bilancio intertemporale

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

è il vincolo di bilancio in termini di valore futuro dato che tutti i termini sono portati al periodo 2. Una forma equivalente è

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

che rappresenta il vincolo di bilancio in termini di valore attuale dal momento che tutti i termini sono in valori attuali.

Vincolo di bilancio intertemporale

- Ora aggiungiamo i prezzi p_1 e p_2 per il consumo nei periodi 1 e 2.
- Come cambia il vincolo di bilancio?

Scelta intertemporale

- Data la sua dotazione (m_1, m_2) e i prezzi p_1, p_2 quale paniere di consumo intertemporale (c_1^*, c_2^*) sarà scelto dal consumatore?
- La max spesa possibile nel periodo 2 è $m_2 + (1+r)m_1$
- quindi il max consumo possibile nel periodo 2 è $c_2 = \frac{m_2 + (1+r)m_1}{p_2}$.

Scelta intertemporale

- Allo stesso modo, la max spesa possibile nel periodo 1 è

$$m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

quindi il max consumo possibile nel periodo 1 è

$$c_1 = \frac{m_1 + m_2 / (1+r)}{p_1}.$$

Scelta intertemporale

- Infine, se c_1 unità sono consumate nel periodo 1 il consumatore spende $p_1 c_1$ in 1, lasciando $m_1 - p_1 c_1$ come risparmio del periodo 1. Il reddito disponibile nel periodo 2 sarà

quindi $m_2 + (1+r)(m_1 - p_1 c_1)$

$$p_2 c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - p_1 c_1).$$

Scelta intertemporale

$$p_2 c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - p_1 c_1)$$

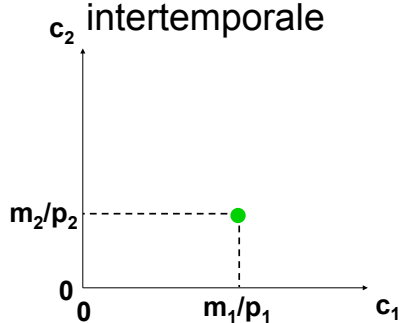
che diventa

$$(1+r)p_1 c_1 + p_2 c_2 = (1+r)m_1 + m_2.$$

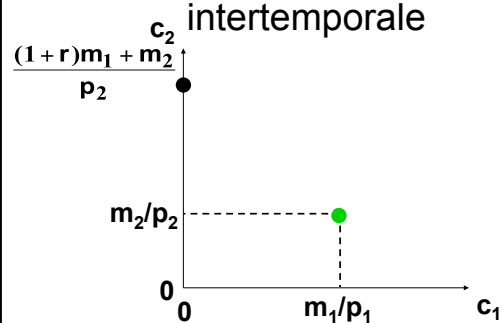
Questo è il vincolo di bilancio in termini di valore futuro dal momento che tutti i termini sono espressi in valori del periodo 2. Si può anche scrivere in termini di valore attuale

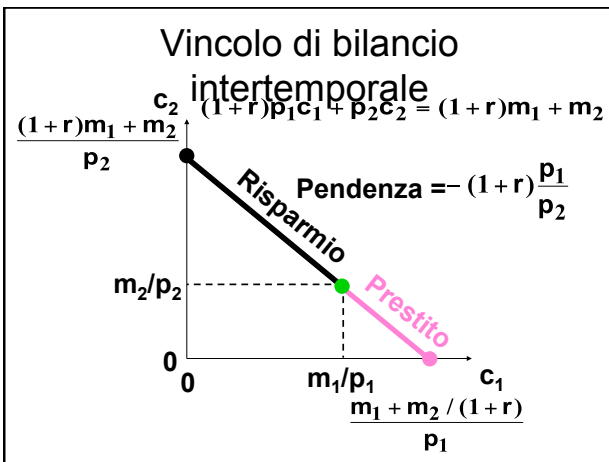
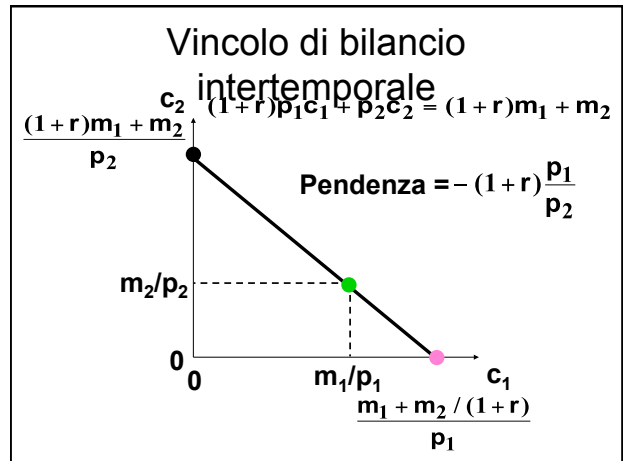
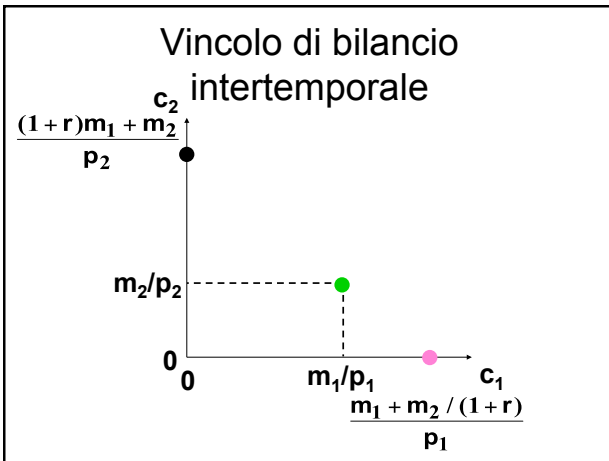
$$p_1 c_1 + \frac{p_2}{1+r} c_2 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

Vincolo di bilancio intertemporale



Vincolo di bilancio intertemporale





Inflazione

- Sia π il tasso di inflazione, dove

$$p_1(1 + \pi) = p_2.$$
- Per esempio,
 - $\pi = 0,2$ significa 20% di inflazione e
 - $\pi = 1$ significa 100% di inflazione.

Inflazione

- Possiamo semplificare l'analisi assumendo che $p_1=1$ e quindi

$$p_2 = 1 + \pi.$$
- Possiamo allora riscrivere il vincolo di bilancio

$$p_1 c_1 + \frac{p_2}{1+r} c_2 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$
 come

$$c_1 + \frac{1+\pi}{1+r} c_2 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

Inflazione

$$c_1 + \frac{1+\pi}{1+r} c_2 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

diventa

$$c_2 = -\frac{1+r}{1+\pi} c_1 + \frac{1}{(1+\pi)} (m_1(1+r) + m_2)$$

quindi la pendenza del vincolo di bilancio intertemporale è

$$-\frac{1+r}{1+\pi}.$$

Inflazione

- Quando non c'è inflazione ($p_1=p_2=1$) la pendenza è $-(1+r)$.
- Se c'è inflazione, la pendenza del vincolo di bilancio è $-(1+r)/(1+\pi)$. Questo può essere scritto come

$$-(1+\rho) = -\frac{1+r}{1+\pi}$$

ρ è detto tasso di interesse reale.

Tasso di interesse reale

$$(1+\rho) = \frac{1+r}{1+\pi}$$

Si ottiene

$$\rho = \frac{r-\pi}{1+\pi}$$

Per bassi tassi di inflazione ($\pi \approx 0$), $\rho \approx r - \pi$. Per alti tassi di inflazione l'approssimazione è meno buona.

Tasso di interesse reale

$$(1+\rho) = \frac{1+r}{1+\pi}$$

Rappresenta la quantità di consumo addizionale che si può ottenere nel periodo 2 rinunciando ad una parte del consumo del periodo 1

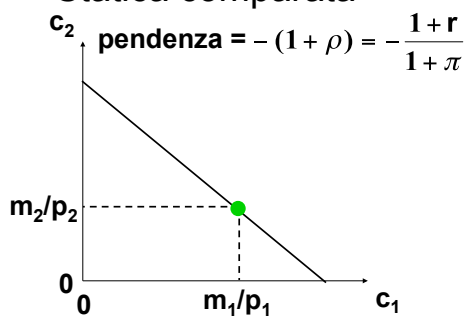
Statica comparata

- La pendenza del vincolo di bilancio è

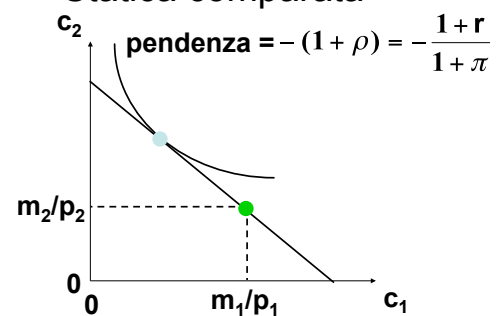
$$-(1+\rho) = -\frac{1+r}{1+\pi}$$

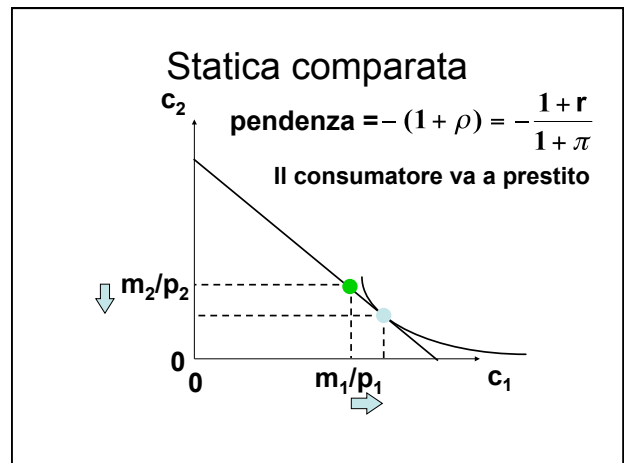
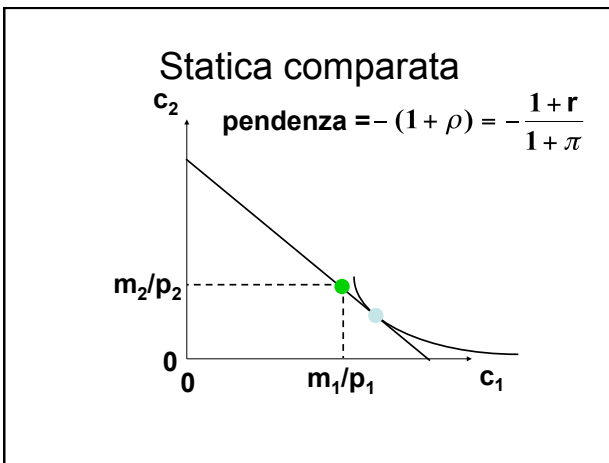
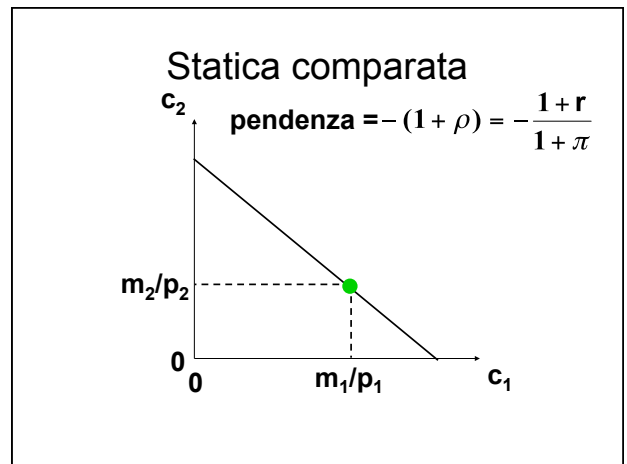
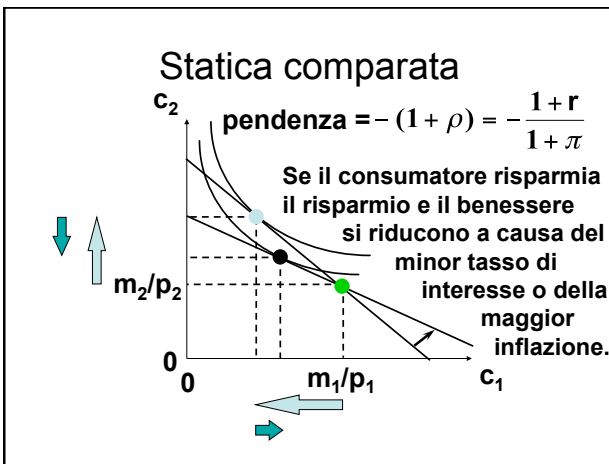
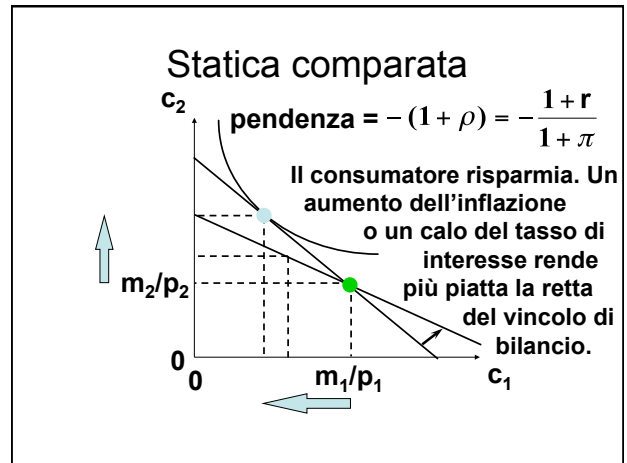
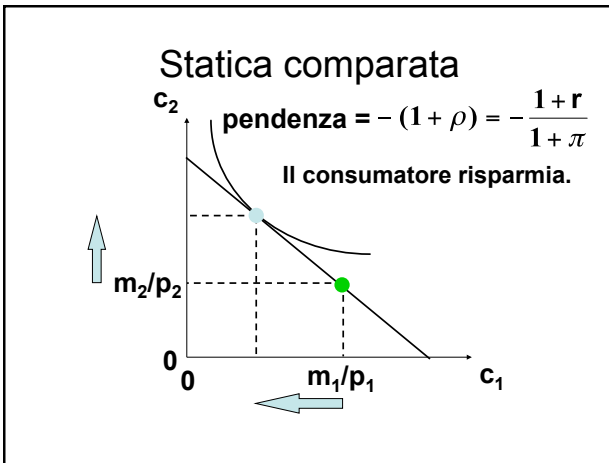
- La retta si appiattisce se il tasso di interesse r cala o se l'inflazione π aumenta (entrambi diminuiscono il tasso di interesse reale).

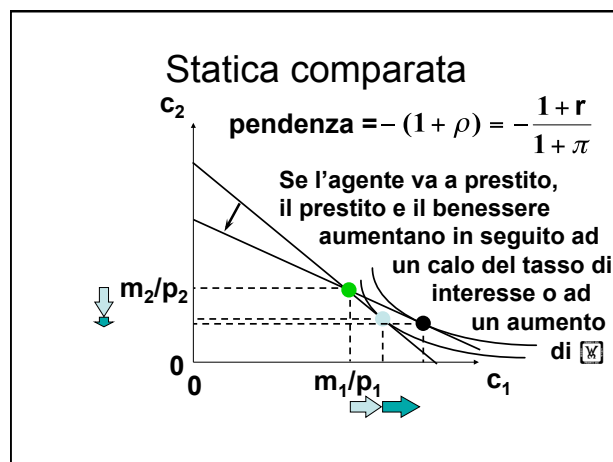
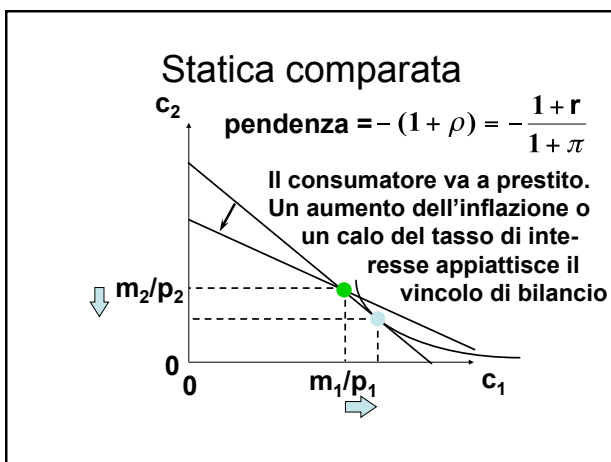
Statica comparata



Statica comparata







Equazione di Slutsky e scelta intertemporale

- Come nel caso di una variazione di prezzo, anche in seguito ad una variazione del tasso di interesse reale vi sarà un effetto di reddito ed un effetto di sostituzione.
- Se aumenta il tasso di interesse l'effetto di sostituzione determina un minor consumo nel periodo corrente.

Equazione di Slutsky e scelta intertemporale

- L'effetto di reddito dipende dalla condizione di partenza.
- Se l'individuo era un risparmiatore, continuerà a risparmiare (preferenze rivelate) e l'effetto reddito è positivo.
- Se prendeva a prestito dovrà pagare più interessi quindi dovrà consumare meno: effetto reddito negativo.